Syllabus Sterrenkunde II

Onderwerpen uit de Optische Sterrenkunde

J.W. Pel R.A. Jansen

19 okt 1996

Rijks*universiteit* Groningen

1 Breking en extinctie in de aardatmosfeer

1.1 Atmosferische extinctie

Intensiteitsverliezen vinden in de atmosfeer plaats als gevolg van **extinctie**; het gezamelijk resultaat van **absorptie** en **verstrooiing**. Voor planparallelle lagen en voor monochromatisch licht (één golflengte) geldt in het zenith:

$$\mathrm{dI} = -\mathrm{I} \cdot \kappa \mathrm{dh} \qquad \text{ofwel:} \quad \frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{I}} = -\kappa \mathrm{dh}$$

$$\Longrightarrow \ln \mathrm{I} = -\int_0^\infty \kappa(\mathrm{h})\ \mathrm{dh}\ +\ \text{const.}$$

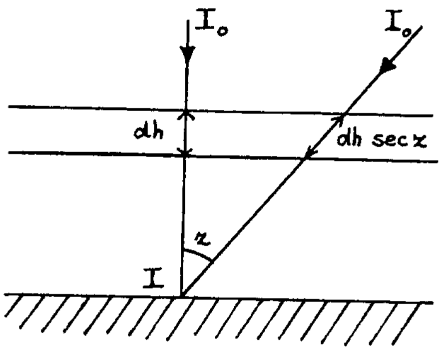
κ is hierin de **extinctiecoëfficient per meter**, en conts. = ln $\mathrm{I_0}$. Als K de extinctiecoëfficient voor 1 atmosfeerdikte is, dan is de **transmissie** $\mathrm{I/I_0} = e^{-\mathrm{K}}$, en bij zenithafstand z (hoekafstand):

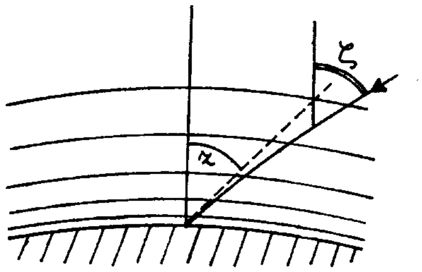
$$\mathrm{I/I_0} = e^{-\mathrm{K}\ \sec z}\ ; \quad \sec z \equiv \frac{1}{\cos z} \tag{1}$$

Dit is schematisch weergegeven is figuur 1a. Uitgedrukt in magnituden:

$$\begin{aligned} m - m_0 &\equiv -2.5 \cdot {}^{10}\log(\mathrm{I/I_0}) \\ &= -2.5 \cdot {}^{10}\log(e^{-\mathrm{K}\ \sec z}) \\ &= -2.5 \cdot (-\mathrm{K}\ \sec z) \cdot {}^{10}\log e \simeq 1.086 \cdot \mathrm{K}\ \sec z \quad (2) \end{aligned}$$

In werkelijkheid is de atmosfeer niet planparallel. We hebben dus te maken met de **kromming van de atmosfeer** én de **kromming van de lichtweg** (als gevolg van refractie). Dit is schematisch weergegeven in figuur 1b. We moeten daarom het begrip "**airmass**" hanteren i.p.v. sec z .





Figuur 1: geometrie van de aardatmosfeer a) in planparallelle benadering; b) rekening houdend met kromming en refractie.

We gaan nu bekijken hoe belangrijk de invloed van de kromming van de aardatmosfeer is. We vergelijken daartoe de waarden van $\mathrm{I/I_0}$ bepaald uit sec z en bepaald uit de airmass M(z) voor twee verschillende golflengten. De correcte vorm van formule (1) is:

$$\mathrm{I/I_0} = e^{-\mathrm{K}\cdot\mathrm{M}(z)} \tag{3}$$

N.B. in het zenith geldt: $\mathrm{M}(z) = \sec z = 1$!

• Maak nu de onderstaande tabel af.

• Bespreek aan de hand van de verkregen resultaten onder welke omstandigheden de kromming van de aardatmosfeer belangrijk is.

• In praktijk zal men zelden proberen een object waar te nemen met een airmass $\mathrm{M}(z) > 2$. Hoe groot is dan de maximale percentuele fout die men maakt als de sec z benadering wordt gebruikt:
a) in de waarde voor de airmass; b) in de waarde voor de transmissie bij $\lambda = 5500$ Å ; c) in de waarde voor de transmissie bij $\lambda = 3200$ Å ?

				$(I/I_0)_{\sec z}$		$(I/I_0)_{M(z)}$	
z	$\zeta - z$	sec z	M(z)	5500 Å	3200 Å	5500 Å	3200 Å
$0°$	$0''$		1.000	0.83	0.40	0.83	0.40
$10°$	$10''$		1.015				
$20°$	$21''$		1.064				
$30°$	$34''$		1.154				
$40°$	$49''$		1.304				
$50°$	$1'10''$		1.553				
$60°$	$1'41''$		1.995				
$70°$	$2'39''$		2.904				
$80°$	$5'19''$		5.60				
$85°$	$9'52''$		10.40				
$90°$	$35'22''$		38.				

Tabel 1: Transmissie van de aardatmosfeer bij verschillende zenithafstand z en golflengte λ. In kolom twee is bovendien de hoekafwijking $(\zeta - z)$ voor $\lambda = 5500$ Å (zoals gedefinieerd in figuur 1b) gegeven

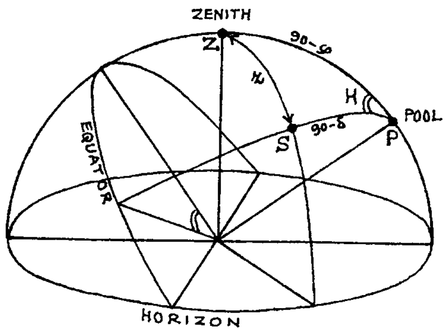
Het is belangrijk op te merken dat de in tabel 1 gegeven waarden voor M(z) gelden voor gemiddelde temperatuur en druk op zeeniveau. M(z) variert dus met hoogte boven zeeniveau en temperatuur! De waarde van K(λ) varieert sterk met golflengte λ (zie ook paragraaf 1.3) en kan voor andere golflengten sterk verschillen van de (bij invulling van de tabel) berekende waarden.

Bekijken we nu eens het volgende praktijk probleem.
Je bent aan het waarnemen op een sterrenwacht gelegen op een geografische breedte ϕ. Het waar te nemen object heeft declinatie δ en uurhoek H (zie figuur 2).

• Leid een uitdrukking af voor sec z. (Hint: gebruik de cosinusregel voor (scheefhoekige) boldriehoeken (zie Appendix A van werkcollege "Astrometrie" of het diktaat Sterrenkunde I))

• Je wilt een object met $\delta = 10°16'00''$ en $\alpha = 2^h25^m$ op ST. = 7:30 uur waarnemen. De sterrenwacht is gelegen op $28°45'40''$ NB. Bereken sec z. Is het verantwoord sec z te gebruiken als benadering van de airmass voor dit object? Leg uit.

• Beantwoord de zelfde vragen voor een object met $\delta = 60°01'24''$ voor H $= 23^h15^m$.



Figuur 2: Boldriehoeksgeometrie.

1.2 Refractie

De op het aardoppervlak waargenomen zenithafstand z is altijd kleiner dan de ware zenithafstand ζ zoals gemeten buiten de atmosfeer (zie figuur 1b). Voor een precieze berekening van de refractie is nodig dat de geometrie van de aardatmosfeer en het verloop van de brekingsindex langs de gezichtslijn (N.B. de gezichtslijn is dus gekromd!) bekend zijn. Een complicatie daarbij is dat de brekingsindex een functie van golflengte is. De relatie tussen brekingsindex en golflengte noemen we de **atmosferische dispersie**.

Een goede benadering voor het verschil tussen ware en schijnbare zenithafstand tot $\zeta \simeq 75°$ (voor $\lambda =$ 5500 Å , 750 mbar, 0 °C) wordt gegeven door de relatie:

$$(\zeta - z) = 60''.4 \tan\zeta - 0''.064 \tan^3\zeta \qquad (4)$$

Ten opzichte van $(\zeta - z)_{5500\text{Å}}$ is $(\zeta - z)_{\lambda}$ $(n_{\lambda} - n_{\text{vac}})/(n_{5500} - n_{\text{vac}})$ maal groter $(n_{\text{vac}} \equiv 1)$. Tabel 2 geeft de dispersie-factor voor verschilende golflengten.

λ(Å)	3000	4000	5000	6000	8000
$\left(\frac{n_{\lambda}-1}{n_{5500}-1}\right)$	1.047	1.014	1.001	0.995	0.989

Tabel 2: dispersie-factor ten opzichte van $\lambda = 5500$ Å als functie van golflengte

---

• Voor kleine waarden van z ($z \leq 45^{\circ}$) mogen we ζ in het rechterlid van vergelijking (4) benaderen door z. Verifieer de waarden voor $(\zeta - z)$ in tabel 1.

• Als gevolg van atmosferische dispersie is een ster welke niet in het zenith staat ter plaatse van een waarnemer op de grond zichtbaar als een spectrumpje.
a) Beredeneer welke kant van het spectrum "boven" (d.w.z. richting zenith) staat, de blauwe of de rode.
b) Bereken de amplitude van de atmosferische dispersie $\Delta(\zeta - z)$ voor $\zeta = 60^{\circ}$ voor elk van de vijf getabelleerde golflengten ten opzichte van $\lambda = 5500$ Å .

• Als een object op de horizon staat ($z = 90^{\circ}$) dan geeft formule (4) geen goede benadering meer. De in tabel 1 gegeven waarden volgen niet uit deze formule maar zijn exact. Bereken voor een object op de horizon de lengte van het zichtbare spectrum (3000—8000 Å) in boogseconden.

1.3 Bijdragen atmosferische extinctie; golflengte-afhankelijkheid

Eerder is al vermeld dat K(λ) sterk varieert met de golflengte. In het klassieke "optische" bereik ($\lambda \simeq$ 3000 – 9000 Å) wordt de extinctie bepaald door de volgende componenten:

1) Rayleigh verstrooiing door luchtmoleculen; gaat evenredig met $1/\lambda^4$.

2) Verstrooiing door aerosol (kleine vaste en vloeibare deeltjes zwevend in de atmosfeer). Deze verstrooiing is niet erg afhankelijk van golflengte.

3) Moleculaire absorptiebanden. Zeer sterk golflengte-afhankelijk.

Als voorbeeld van een plaats met uitzonderlijk goede extinctie eigenschappen is in figuur 3a de extinctie kromme voor het European Southern Observatory (ESO) op La Silla, Chili, gegeven. Ter vergelijking is in figuur 3b de extinctie kromme gegeven voor het US Naval Observatory te Flagstaff, Arizona.

De aerosol bijdrage is plaatselijk sterk verschillend, en neemt sterk af met de hoogte boven zeeniveau. Verschillen tussen individuele sterrenwachten kunnen een factor 10 of meer bedragen! De aerosol bijdrage op grotere hoogte kan plotseling toenemen als gevolg van vulkanische activiteit. De prachtige vurige zonsondergangen na de uitbarsting van de Pinatubo op de Fillipijnen waren het gevolg van de stofdeeltjes en zwavelzuurkristallen welke bij de uitbarsting de atmosfeer in waren geblazen. Op lagere hoogte geeft vooral smog en door de wind opgeblazen fijn stof de belangrijkste bijdrage aan het earosol niveau.

Ook Rayleigh verstrooiing neemt af met de hoogte boven zeeniveau, omdat deze verstooiing evenredig is met het aantal luchtmoleculen langs de gezichtslijn. Rayleigh verstrooiing is er de oorzaak van dat de hemel blauw is, in plaats van zwart. De steile toename van K(λ) bij korte golflengten is ten dele het gevolg van de λ^4 afhankelijkheid van de Rayleigh verstrooiing, maar doorslaggevend voor de transparantie-grens in het ultraviolet is het molecuul ozon: voor $\lambda < 3000$ Å is de atmosfeer vrijwel geheel ondoorzichtig!

λ	K_{O_3}	I/I_0	
3600 Å	$0^m\!.00$	1.00	
3400		0.98	
3200		0.79	
3000		0.04	$\leftarrow$ grens voor ground-based fotometrie
2800		2×10^{-15}	$\leftarrow$ zon niet meer detecteerbaar
2600		4×10^{-39}	
2400		4×10^{-29}	
2200		6×10^{-8}	

Tabel 3: O_3-absorptie voor 1 airmass als functie van golflengte

Tabel 3 geeft een overzicht van de extinctiecoëfficient en transmissie I/I_0 voor één atmosfeerdikte als functie van golflengte.

- Als gegeven is dat de totale extinctie bij 5000 Å op La Silla $0\overset{m}{.}11$/airmass is, en dat de bijdrage van Rayleigh-verstrooiing daaraan $0\overset{m}{.}08$/airmass bedraagt, leidt dan af wat de Rayleigh-verstrooiing is in magnituden per airmass bij: a) 3000 Å ; b) 3200 Å ; c) 3400 Å . Klopt dit met figuur 4a?

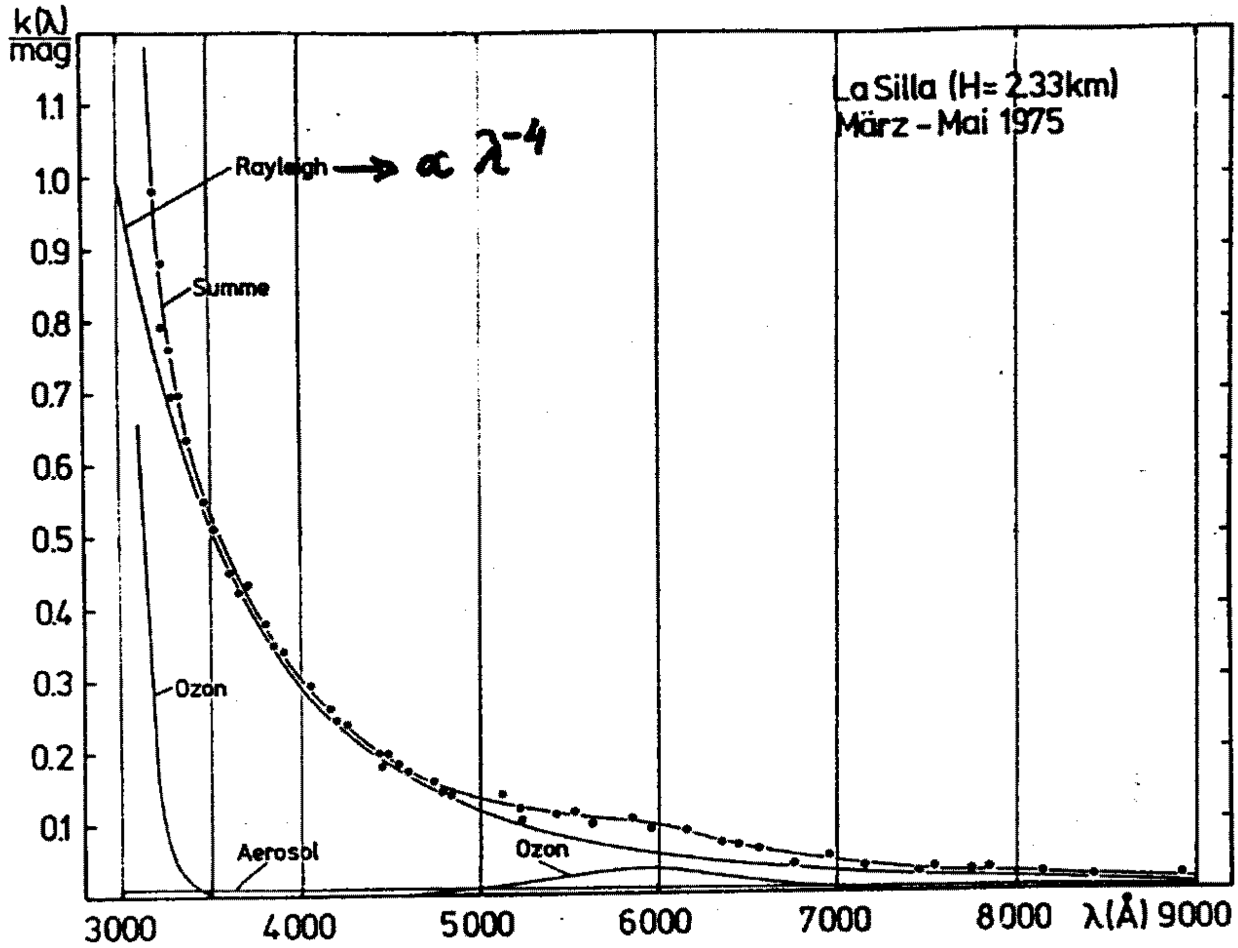
- In tabel 2 is voor verschillende golflengten I/I_0 als gevolg van O_3 (voor 1 airmass) gegeven. Bereken de partiële bijdrage in magnituden van O_3 extinctie aan de totale extinctie voor elk van de getabelleerde golflengten.

- Bereken nu de totale extinctie, K, uit voor $\lambda = 3000$ Å , 3200 Å en 3400 Å .

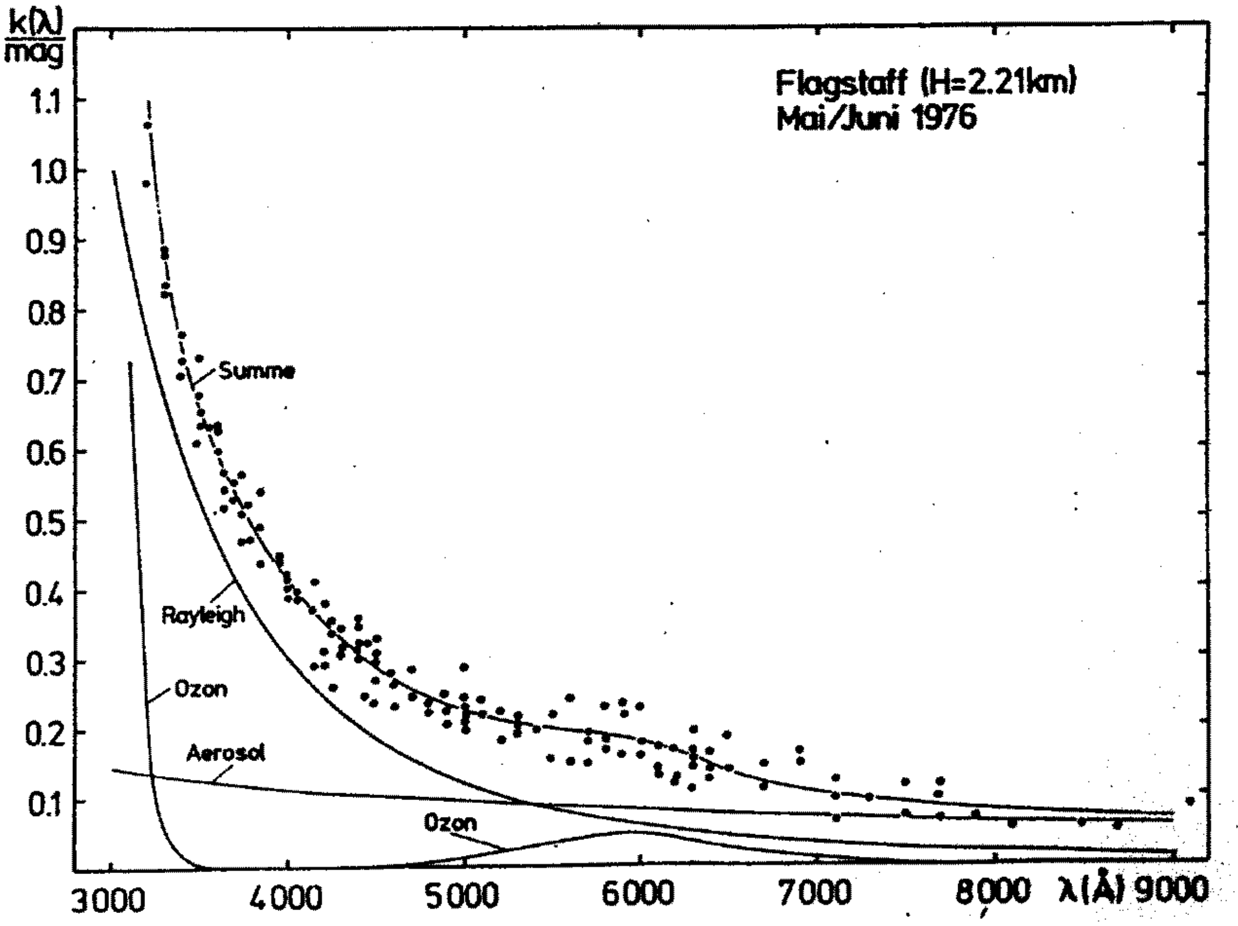
Deze effectieve UV-absorptie van O_3 is vooral verbluffend gezien de kleine hoeveelheid ozon in de atmosfeer: 3 mm O_3 bij standaard temperatuur en druk (STP; $T_0 = 0$ °C , $p_0 = 1$ atm $= 1{,}01325 \cdot 10^5$ Pa), tegen 8.5 km bij STP voor de hele atmosfeer.

Voor $\lambda < 2300$ Å neemt K_{O_3} weer af, maar de Rayleigh verstrooiing en moleculaire absorpties van de overige atmosferische gassen maken dat de atmosfeer voor $\lambda < 3000$ Å nergens meer transparant wordt.

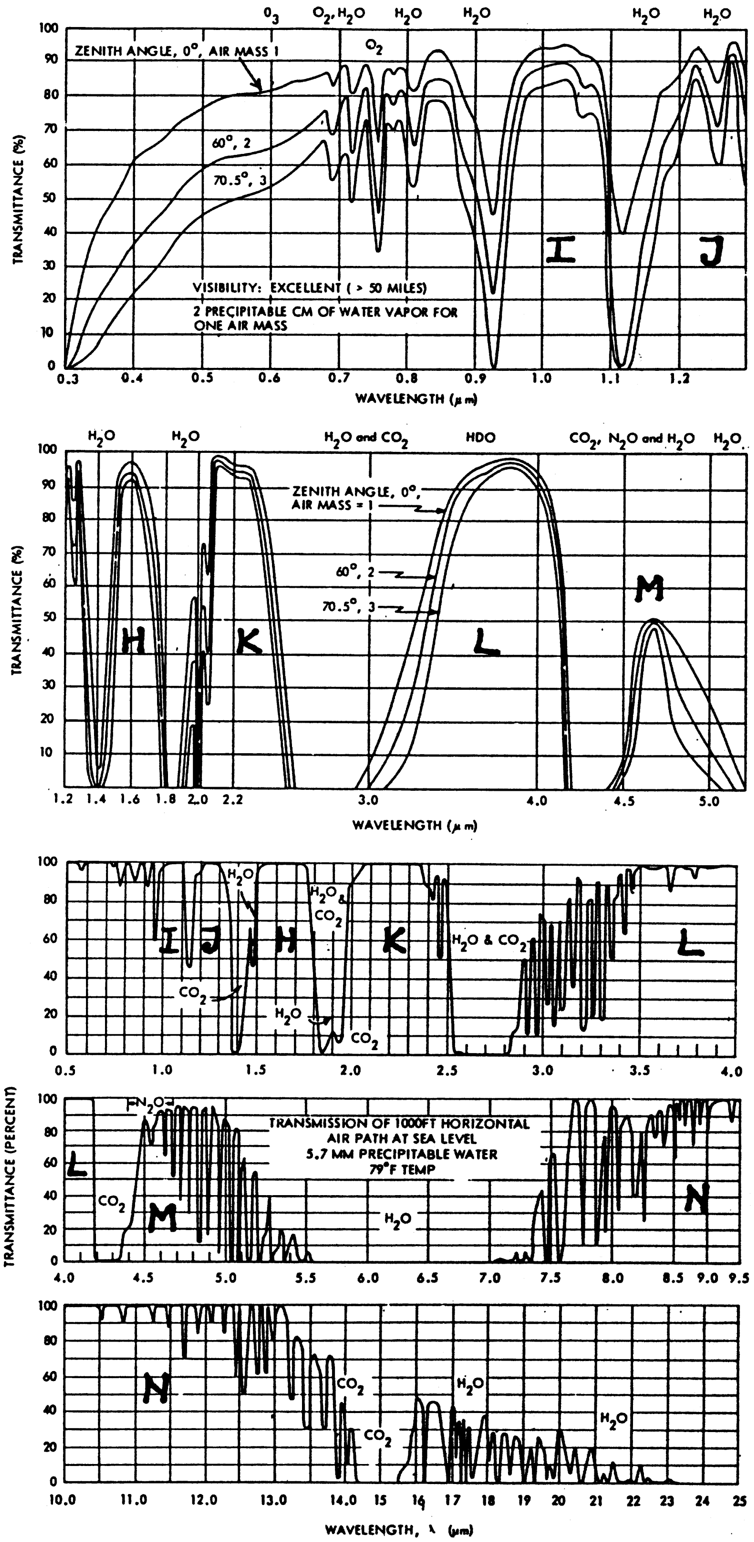
In het rood en infrarood wordt de extinctie geheel bepaald door absorpties door verschillende moleculen, vooral H_2O en CO_2. Waarnemen vanaf het aardoppervlak is hier alleen mogelijk in een beperkt aantal "vensters", welke nooit helemaal schoon zijn. De verschillende vensters worden met letters aangeduid: I, J, H, K, L, M en N. Het helpt wel naar een hoge bergtop en/of een zeer droog klimaat te gaan (het laatste i.v.m. de H_2O absorptie), maar grote golflengtegebieden blijven vanaf de grond onbereikbaar. In figuur 4 is een illustratie van de transmissie als functie van golflengte in het rood en infrarood uit het RCA Electro-Optics Handbook gereproduceerd. N.B. λ is in microns gegeven, $1\mu = 10000$ Å . De figuur geeft de situatie op zeeniveau, voor een hoeveelheid waterdamp boven de waarneemplaats welke overeenkomt met 2 cm vloeibaar H_2O. Voor een goede sterrenwacht is deze hoeveelheid meestal niet meer dan enkele mm H_2O.



Figuur 3: a) Extinctie in magnituden als functie van golflengte in het optische bereik voor de ESO site op La Silla, Chili. Bron: H. Tüg, thesis, 1978.



Figuur 3 (vervolg): b) als a) voor Flagstaff, Arizona.



Figuur 4: Transmissie van de atmosfeer in % op zeeniveau als functie van golflengte in het rood en infrarood. Bron: RCA Electro-Optics Handbook.

2 Turbulentie in de aardatmosfeer

2.1 Seeing en scintillatie

Langs de lichtweg door de atmosfeer treden intensiteits- en richtings-veranderingen niet alleen op door extinctie en refractie, maar ook door **atmosferische turbulentie**. Door turbulentie onstaan fluctuaties in de dichtheid van de lucht, ρ, vooral ten gevolge van temperatuursverschillen. Drukfluctuaties op kleine schaal kunnen we verwaarlozen, omdat drukverschillen snel (met de geluidssnelheid!) vereffend worden, in tegenstelling tot temperatuursverschillen. We zullen nu de effecten van deze fluctuaties proberen af te schatten.

Voor de stralengang is de verandering in brekingsindex $\Delta n \equiv n - n_0$ belangrijk. Er geldt: $(n-1) \propto \rho$. ($n-1$, want $n = 1$ voor $\rho = 0$).

• Laat zien dat voor de variatie in brekingsindex van een turbulentie-element geldt:

$$\Delta n = -\frac{\mathrm{T}_0}{\mathrm{T}^2} \cdot (n_0 - 1)\Delta \mathrm{T} \tag{5}$$

als we aannemen dat de ideale gaswet gebruikt mag worden en als druk-fluctuaties verwaarloosbaar zijn (drukverschillen worden immers met de geluidssnelheid vereffend). Schrijf voor de brekingsindex en temperatuur in het turbulentie-element n en T, en voor de zelfde grootheden buiten het element n_0 en T_0.

• Bereken voor kamertemperatuur en standaard druk op zeeniveau de waarde van Δn voor $\Delta \mathrm{T} = 1$ °C, als gegeven is dat de brekingsindex n_0 van lucht onder deze condities voor $\lambda = 5500\,\text{Å}$ gelijk is aan 1.000293.

• Als de hoogte h boven zeeniveau toeneemt neemt de luchtdruk en dus de dichtheid en brekingsindex van de lucht af. De afval van de dichtheid met de hoogte verloopt ruwweg exponentieel, met schaalhoogte $\mathrm{H} \simeq 8$ km. Pas vergelijking (5) aan, zo dat rekening gehouden wordt met de hoogte boven zeeniveau. Neem daarbij eenvoudigheidshalve aan dat T_0 niet van de hoogte afhangt (in werkelijkheid is T_0 een grillige functie van h; daardoor varieert dus ook n_0 als functie van h).

Turbulentie in de aardatmosfeer komt tot uiting in twee gescheiden effecten:

a) richtingsveranderingen, aangeduid met de term **seeing**
b) intensiteitsveranderingen, aangeduid met de term **scintillatie**.

We zullen deze effecten beschrijven door middel van een zéér eenvoudig model.

Bekijk een turbulentie-element met diameter L, en beperken we onze beschouwing gemakshalve tot een twee-dimensionale geometrie (zie figuur 5).

a) Seeing. Als een vlak golffront invalt op een turbulentie-element, dan wordt dit golffront vervormd als gevolg van de verschillende optische weglengte bij brekingsindex $n_0 + \Delta n$.

$$\mathrm{L}' = \mathrm{L} \cdot \frac{n_0}{n_0 + \Delta n}$$

$$\Longrightarrow \quad \Delta\phi = 2 \cdot \frac{\mathrm{L} - \mathrm{L}'}{\mathrm{L}} = 2 \cdot \frac{\Delta n}{n_0 + \Delta n} \simeq 2\Delta n \qquad \text{, want:} \quad n_0 + \Delta n \simeq n_0 \simeq 1$$

$$\text{Dus:} \quad \Delta\phi = 2\Delta n = -2 \cdot 10^{-6} \times e^{-\mathrm{h}/\mathrm{H}} \times \Delta \mathrm{T} \tag{6}$$

Dit verklaart waarom seeing voornamelijk binnen de eerste tientallen meters boven de telescoop ontstaat: door de exponentiële dichtheidsafval neemt $\Delta\phi$ snel af met hoogte h. Bovendien neemt ook ΔT met de hoogte af.

b) Scintillatie. De intensiteitsverandering op de grond als gevolg van passage door een turbulentie-element is evenredig met de verandering in bundeldiameter, dus $\Delta I \propto h \cdot \Delta\phi$. Dus nu hebben we te maken met een factor $h \cdot e^{-h/H}$ in plaats van met een factor $e^{-h/H}$.

Als we uitgaan van de simpelste beschrijving, waarbij de turbulentie-elementen allemaal dezelfde diameter en ΔT hebben en uniform over de atmosfeer zijn verdeeld, krijgen we dus de situatie van figuur 7: de seeing-effecten nemen af $\propto e^{-h/H}$, maar de scintillatie-effecten zijn $\propto h \cdot e^{-h/H}$. Het maximum van de scintillatie-bijdragen ligt dus veel hoger, bij h = H = 8 km.

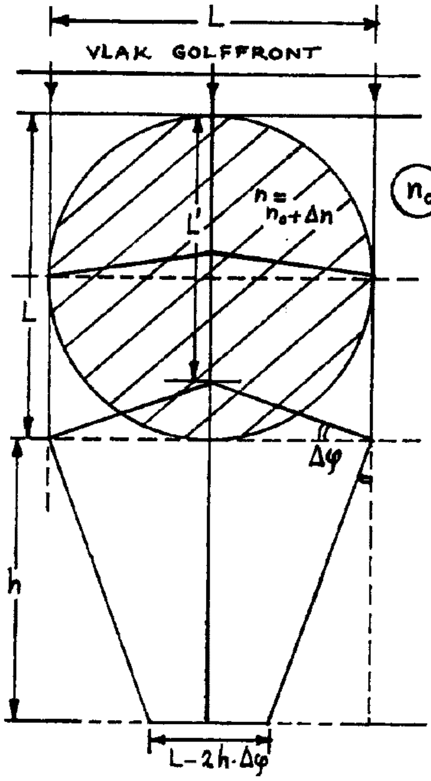
Ook al is bovenstaand turbulentie model nog erg primitief, toch kunnen we daarmee een aantal waargenomen eigenschappen van seeing en scintillatie redelijk begrijpen:

1) Voor seeing (d.w.z. richting fluctuaties) telt alleen Δn, en is de hoogte waarop dat gebeurt niet relevant. Anderszijds zorgt de exponentiële dichtheidsafval ervoor, dat Δn fluctuaties gewoonlijk vooral in de onderste luchtlagen ontstaan.

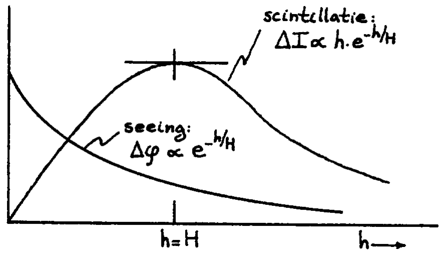
2) De extra "hefboom-lengte" h in de scintillatie legt het zwaartepunt daarvan rond h = 8 km. Seeing en scintillatie zijn dus meestal ongecorreleerd.

3) Het effect van seeing en scintillatie verschilt per telescoop, en dan met name met de diameter D van een telescoop. Een kleine telescoop, waarvoor $D \lesssim L$, heeft meestal slechts één turbulentie-element tegelijk in het gezichtsveld. Het hele sterbeeldje wordt dan weliswaar verplaatst (seeing), maar blijft wèl puntvormig. De waargenomen intensiteitsveranderingen (scintillatie) zijn echter groot. Voor een telescoop diameter $D \gg L$ vallen er steeds vele turbulentie-elementen binnen de telescooppupil, zodat de seeing-bewegingen versmeren tot een schijfje; de netto scintillatie-amplitude wordt dan heel klein.

4) De karakteristieke frequentie van seeing en scintillatie wordt bepaald door de gemiddelde grootte van de turbulentie-elementen en door de snelheid waarmee ze loodrecht op de gezichtslijn bewegen.



Figuur 5: Vervorming van een vlak golffront door een turbulentie-cel met diameter L.



Figuur 6: Amplitude van seeing en scintillatie als functie van de hoogte van de turbulentie-elementen.

• Stel: een klein telescoopje heeft gemmiddeld steeds 1 turbulentie-element met $\Delta T = 1^\circ$ in beeld. Bereken de amplitude van de hoekverplaatsingen $\Delta\phi$ van een sterbeeldje als gevolg van seeing.

• De diameters van de planeten Venus, Mars en Jupiter zijn aan de hemel respectievelijk $10 - 60''$, $5 - 15''$ en $30 - 40''$. Als een typisch turbulentie-element met L=10 cm zich op een hoogte van 8 km bevindt, toon dan aan dat deze planeten niet zichtbaar scintilleren.

Hierop berust de bekende regel om met het oog onderscheid te maken tussen planeten en sterren, zelfs als je de posities van de planeten aan de hemel niet weet: alleen sterren scintilleren (en zelfs met maximale amplitude, vanwege de kleine oogpupil).

• Als gegeven is dat de windsnelheden op 8 km hoogte ongeveer 100 km/h zijn en de afmeting van de scintillatie-elementen 5 − 30 cm is, laat dan zien, dat dit in overeenstemming is met de waargenomen afval van de scintillatie-frequenties boven 100 Hz.

De gevolgen van turbulentie voor waarnemingen zijn voor:

— **spectroscopie**, dat er vaak veel lichtverlies op de ingangsspleet van de spectrograaf optreedt (licht is uitgesmeerd over seeing-schijfje in plaats van puntbron)

— **fotometrie**, dat het onmogelijk is met zeer kleine diafragma's te werken; er is een grens aan de maximaal mogelijke intensiteitsnauwkeurigheid bij zeer snelle fotometrie op niet al te grote telescopen.

— **fotografie**, dat het oplossend vermogen en de grenshelderheid beperkt worden door de seeing, niet zo zeer door de telescoop.

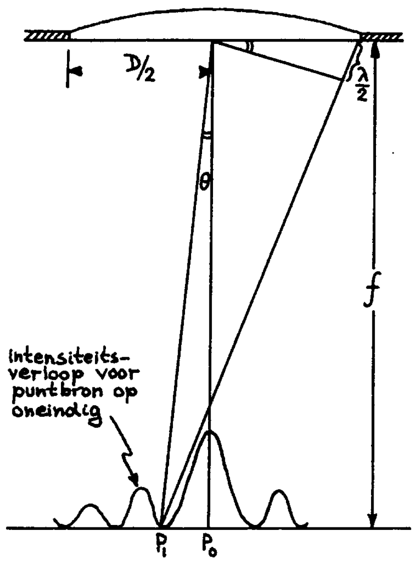
In het algemeen is seeing het ernstigste effect van atmosferische turbulentie. De meeste telescopen zijn zo groot dat sprake is van een versmeerd seeing-schijfje. Als op een goede sterrenwacht de seeing goed is, dan is de afmeting van het seeing-schijfje (kortweg: **de seeing**) $\sim 0''.5 - 1''.0$. Op zeeniveau is de seeing meestal enkele boogseconden.

Het gevolg van seeing is dat met vrijwel geen enkele telescoop de **diffractielimiet**, d.w.z. het uiterste theoretisch haalbare scheidend vermogen, te benaderen is.

In de praktijk is vooral turbulentie in de koepel van een telescoop bijzonder hinderlijk; het veroorzaakt de zogenaamde **dome-seeing** (Maar geen scintillatie vanwege de geringe h). Om het onstaan van dome-seeing tegen te gaan worden allerlei maatregelen genomen, die ervoor zorgen dat de telescoop en de lucht in de koepel zo goed mogelijk de temperatuur van de buitenlucht aannemen.

2.2 Intermezzo: Scheidend vermogen van een telescoop

Beschouw een telescoop-opening als een scherm met een opening met diameter D. Achter deze opening zal op een projectiescherm in het oneindige een diffractiepatroon ontstaan als gevolg van het golfkarakter van licht en de eindige afmetingen van de opening. Figuur 7 schetst de situatie als in de opening een (ideale) afbeeldende lens wordt aangebracht, zodat het diffractiepatroon wordt afgebeeld in het brandvlak van de lens.



Figuur 7: Diffractie door een telescoop opening D.

Uit de diffractietheorie volgt nu dat het diffractiepatroon de fourier-getransformeerde van de intree-opening is. In dit geval heeft dat de vorm $\frac{\sin^2 x}{x^2}$.
Om dit netjes af te leiden is nogal wat wiskunde nodig, maar de ligging van maxima en minima in het diffractiepatroon kunnen we ook heel eenvoudig afleiden.

Voor het eerste intensiteitsminimum P_1 in het diffractie patroon geldt, dat voor alle punten die in de opening een afstand D/2 uiteen liggen het weglengteverschil $\lambda/2$ is. Gesommeerd over alle puntenparen ontstaat dan volledige uitdoving. Uit de geometrie volgt direct:

$$\sin\theta \simeq \theta = \frac{\lambda/2}{D/2} = \lambda/D \qquad (\theta \text{ is zéér klein}). \qquad (7)$$

Vergelijking (6) geldt voor een rechthoekige opening. Voor een ronde intreepupil geldt:

$$\theta = 1.22\,\lambda/\mathrm{D} \tag{8}$$

Twee puntbronnen zijn niet meer gescheiden te zien, als ze dichter dan hoek θ van elkaar afstaan. Dus θ is het uiterste theoretisch haalbare scheidend vermogen, het zogenaamde **Rayleigh-criterium**. Deze theoretische grens geldt algemeen, voor een willekeurige lens of spiegel met diameter D.

• Herschrijf vergelijking (8) zodat θ in boogseconden wordt gegeven.

• Bereken nu voor een telescoop met diameter D = 100 cm en voor golflengte $\lambda = 5000$ Å en $\lambda = 10\ \mu$m het uiterste theoretisch scheidend vermogen in boogseconden. Met welke lineire afmeting in het brandvlak komen deze waarden overeen als de telescoop een openingsverhouding heeft van F:10 ?

• Doe het zelfde voor een telescoop met diameter D = 800 cm, zoals de 4 door ESO geplande VLT telescopen. De VLT telescopen hebben een openingsverhouding van F:13.4 .

• Bespreek de resultaten van de vorige twee vragen in relatie tot de seeing.

De in bovenstaande opdracht berekende waarden voor het oplossend vermogen van een telescoop zijn in de praktijk meestal niet haalbaar, om de volgende redenen:

1) zelfs bij mathematisch zuivere lens/spiegel oppervlakken wordt een puntbron lang niet altijd als punt afgebeeld. Puur door de geometrische optica (dus nog zonder diffractie) zijn er meestal kleine beeldfouten die we aberraties noemen. De bekendste zijn: coma, sferische aberratie, astigmatisme en chromatische aberratie.
2) optische oppervlakken hebben onvolmaaktheden (bij grote telescopen met name vanwege doorbuiging)
3) seeing.

In de praktijk wordt bij de constructie van grote telescopen geeist dat 90% van het licht van een ster binnen een diameter van $\sim 0\overset{''}{.}5$ wordt afgebeeld. Verder zoekt men dan naar een plaats met zo goed mogelijke seeing omstandigheden.

In de moderne generatie telescopen past men steeds meer **"active optics"** toe. De 3.5 m New Technology Telescope (NTT) van ESO was een van de eerste telescopen waar deze techniek werd toegepast. Met behulp van "active optics" is het mogelijk om de telescoopspiegels voortdurend zó bij te stellen, dat met betrekking tot punten 1) en 2) steeds het beste resultaat wordt bereikt.

Met de techniek van **"adaptive optics"** gaat en nog een stap verder: de effecten van seeing kunnen grotendeels opgeheven worden met behulp van zeer snel vervormbare correctiespiegels. We komen daar in de volgende paragraaf op terug.

3 Achtergrondlicht

Hoe donkere plaats op aarde je ook opzoekt, altijd zul je bij waarnemen te maken krijgen met achtergrondlicht. De voornaamste bijdragen aan de helderheid van de hemelachtergrond zijn:

1) schemering
2) maanlicht
3) airglow en poollicht
4) thermische emissie van de atmosfeer (in het infrarood)
5) zodiakaallicht
6) licht van onopgeloste zwakke sterren van de Melkweg
7) licht van onopgeloste extragalactische stelsels

De eerste 4 punten worden alle direct of indirect veroorzaakt door de aardatmosfeer. Over al deze bijdragen valt een boel te zeggen, maar we volstaan hier met díe algemene informatie, die nodig is voor de oefeningen in hoofdstuk 4.

Hoewel de fysische eenheid voor oppervlakte-helderheden $\mathrm{W\,m^{-2}\,sterad^{-1}\,Å^{-1}}$ (of: $\mathrm{W\,m^{-2}\,sterad^{-1}\,Hz^{-1}}$) is, is het in astronomische context soms handig om de eenheid **"$\mathbf{S_{10}}$"** te hanteren.

$$\mathrm{S_{10}} \equiv \text{equivalent aantal sterren van de } 10^{\mathrm{e}} \text{ magnitude per vierkante graad.}$$

In tabel 4 is het verloop van de helderheid in het zenith, van zonsondergang (zonshoogte $h_{zon} = 0$) tot het einde van de astronomische schemering ($h_{zon} = -18^\circ$), gegeven voor het visueel bereik (centrale golflengte $\lambda_{eff} = 5500$ Å). De onderste waarden voor "donkere hemel" gelden voor het gunstigste geval, d.w.z. voor het geval dat er alleen bijdragen zijn van 6) en 7) (dus géén maan en waarnemingen ver van de ecliptica (zodiakaal licht) en ver van het vlak van de Melkweg).

h_{zon}	S_{10}	mag/arsec^2	kleurtemp.
0°	1.8×10^8		6600 K
-2°	5.4×10^7		
-6°	7.8×10^5		
-10°	9.3×10^3		16700 K
-14°	490		
-18°	230		4250 K

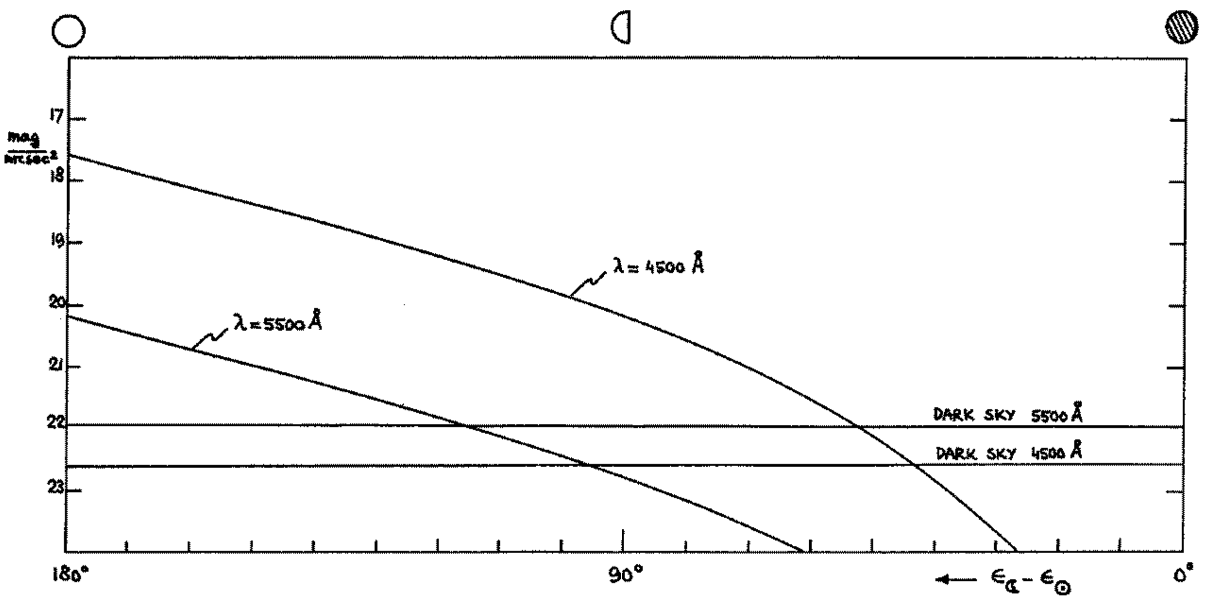
Tabel 4: Helderheid en kleurtemperatuur van de hemelachtergrond als functie van zonshoogte na zonsondergang.

• Vul tabel 4 aan door de equivalente opppervlaktehelderheden in eenheden van mag/arcsec^2 uit te rekenen.

• Laat zien dat het klopt dat zelfs de helderste sterren voor het menselijk oog (oplossend vermogen overdag $\sim 1'$) niet zichtbaar zijn als de zon op de horizon staat, maar bijv. de planeet Venus ($m_V \approx -4$) wèl.

In figuur 8 is weergegeven hoe de gemiddelde bijdrage van maanlicht veranderd als functie van de afstand (langs de ecliptica) tussen zon en maan (dus $\epsilon - \epsilon_\odot = 0^\circ$ komt overeen met nieuwe maan en $\epsilon - \epsilon_\odot = 180^\circ$ komt overeen met volle maan).

• Geef de verklaring voor het feit dat in figuur 8 de curve voor $\lambda = 4500$ Å ongeveer 2.5 mag helderder is dan de curve voor $\lambda = 5500$ Å ?



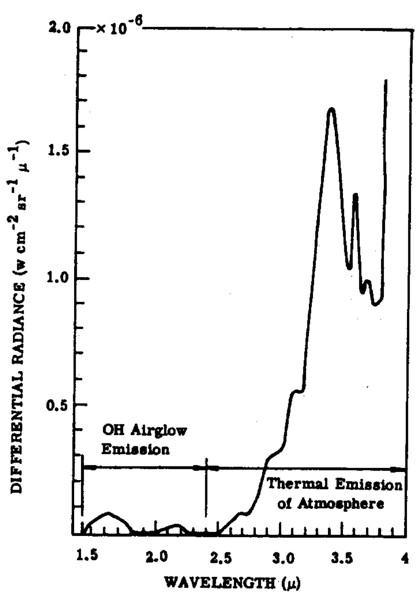
Figuur 8: Gemiddelde bijdrage van maanlicht aan de hemelachtergrond in eenheden van mag/arcsec^2 als functie van de maanfase voor $\lambda = 4500$ Å en $\lambda = 5500$ Å

Zonder schemering en maan komt de hemelachtergrond in het visueel overeen met gemiddeld ~ 250 S_{10}. Hiervan is ~ 25 % het gevolg van airglow (ook wel nightglow genoemd), maar dit is sterk variabel en sterk afhankelijk van golflengte.

Airglow en nightglow ontstaan als gevolg van een groot aantal fotochemische reacties hoog in de atmosfeer (~ 100 km).
De sterkste emissie treedt op als gevolg van de rotatie-vibratie banden van OH en O_2 in het nabij infrarood. De sterkste individuele lijn is de 5577 Å lijn van atomair zuurstof. De airglow neemt toe in de richting van de horizon, terwijl sterlicht in die richting juist afneemt als gevolg van extinctie.
Voor $\lambda > 2.5\,\mu$ wordt de **thermische** emissie van de aardatmosfeer veel sterker dan de airglow. Nemen we voor de gemiddelde temperatuur van de atmosfeer 0 ℃ dan volgt uit de verschuivingswet van Wien:

$$\mathrm{T} = 273\,\mathrm{K} \quad \Longrightarrow \quad \lambda_{\max} = 10\,\mu$$

Bij metingen buiten de atmosfeer heb je geen last van airglow of thermische emissie van de atmosfeer. In het nabij infrarood geeft dan meestal het zodiakaallicht de grootste bijdrage aan de hemelachtergrond.
Het zodiakaallicht is zonlicht dat verstrooid wordt door interplanetair stof. Dit interplanetair stof heeft een afgeplatte verdeling, gecentreerd op de zon en symmetrisch ten opzicht van de ecliptica.



Figuur 9: Emmissie-spectrum van de atmosfeer als functie van golflengte in het nabij-infrarood.

In tabel 5a wordt de visuele helderheid van het zodiakaallicht in het eclipticavlak ($\beta = 0^{\circ}$) als functie van eclipticale lengte ϵ ($\epsilon = 0^{\circ}$ is de lengte van de zon) gegeven. Merk op dat er een klein secundair maximum optreedt 180° vanaf de zon. Dit is de zogenaamde **"Gegenschein"**. Zelfs bij de ecliptische polen is de bijdrage van het zodiakaallicht nog wel ~ 100 S_{10}!
Het spectrum van het zodiakaallicht is in het visueel ongeveer gelijk aan het zonnespectrum; in het infrarood is er echter extra thermische emissie van de stofdeeltjes. In het infrarood is het zodiakaallicht veel helderder dan in het visueel!

De hoeveelheid geïntegreerd licht van zwakke sterren, en de verhouding tot de achtergrond van (onopgeloste) extragalactische stelsels hangen sterk af van de Galactische breedte b^{II} (zie tabel 5b). Pas op hoge Galactische breedte wordt de bijdrage van de extragalactische stelsels merkbaar.
Uit tabel 5b blijkt dat de kleur van dit achtergrondlicht vrij rood is. G–K sterren leveren dus de dominante bijdrage.

a)

ϵ	1°	5°	10°	20°	30°	60°	90°	150°	170°	180°
S_{10}	5×10^6	1.5×10^5	3×10^4	6000	2100	380	190	160	180	200

b)

b^{II}	0°	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	90°
$S_{10}(\lambda 5500)$	397	262	187	110	74	56	44	38	33
$S_{10}(\lambda 4500)$	184	126	91	55	38	30	24	21	17

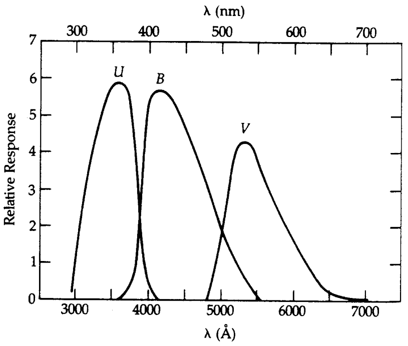
Tabel 5: a) Helderheid van het zodiakaallicht in het eclipticavlak als functie van de eclipticale lengte; b) helderheid van het geïntegreerde licht van zwakke sterren in de Melkweg plus dat van extragalactische stelsels als functie van Galactische breedte.

4 Grootte van de signalen, fotonenstatistiek en meetnauwkeurigheid

4.1 Absolute fluxdichtheden

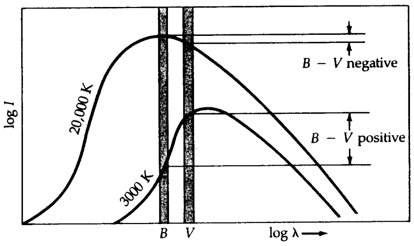
In het voorafgaande gaven we helderheden van astronomische objecten meestal in magnituden, d.w.z. eenheden op een **relatieve** logarithmische schaal. Oorspronkelijk werd het nulpunt van die schaal vastgelegd door aan de ster Wega (α Lyrae) op alle golflengten **per definitie** magnitude nul toe te kennen. Voor de meeste astrofysische problemen moeten we echter fluxdichtheden in absolute fysische eenheden kennen, dus in $\mathrm{W\,m^{-2}\,Å^{-1}}$, buiten de aardatmosfeer. Werken we met frequentie in plaats van golflengte, dan wordt dir $\mathrm{W\,m^{-2}\,Hz^{-1}}$. Vanwege de meestal zeer kleine signalen is in de sterrenkunde als eenheid van fluxdichtheid ook gangbaar de Jansky:

$$1\ \mathrm{Jy} \equiv 10^{-26}\ \mathrm{W\,m^{-2}Hz^{-1}}\ .$$



Figuur 10: Het respons-profiel van de standaard filters in het UBV-systeem voor een bron met gelijke flux bij elke golflengte.

Omrekening naar de absolute fluxdichtheden is mogelijk na ijking van de spectra van Wega en andere spectrofotometrische standaardsterren ten opzichte van nauwkeurig gecalibreerde laboratoriumlampen door middel van absolute fotometrie.
Alvorens we de resultaten van de absolute flux-ijking geven voor de V en B banden van het **"UBV-systeem"**, eerst iets over dit fotometrische systeem. Direct na het beschikbaar komen van photomultiplier buizen, vlak na de tweede wereldoorlog, introduceerden Johnson en Morgan een fotometrisch systeem met drie breedbandige filters: V (visueel), B (blauw) en U (ultraviolet). Met de kleurindices $(B-V)$ en $(U-B)$ was het mogelijk om efficient een ruwe tweedimensionale classificatie van sterspectra (hoofdzakelijk in termen van temperatuur en druk van de sterfotosfeer) te maken. De eigenschappen van de U, B en V banden zijn weergegeven in figuur 10.
Later voegde Johnson hieraan in het rood nog de banden R en I toe. Het UBV-systeem (later UBVRI) werd op grote schaal toegepast en er bestaat inmiddels een enorme hoeveelheid data in dit systeem. Voor helderheden in het optische golflengte gebied geeft men daarom vaak UBV magnituden.



Figuur 11: Planck-krommen voor 20.000 K en 3000 K, met hun intensiteit in de B en V banden. Merk op dat $(B-V)$ negatief is voor de hetere ster, positief voor de koelere.

Uit de absolute fotometrie volgt voor het verband tussen fluxdichtheden (buiten de aardatmosfeer) en magnituden in de V en B band:

$$\log \mathrm{F}_\lambda(V) = -0.4 \cdot m_V - 11.42\ \ \mathrm{W\,m^{-2}Å^{-1}} \tag{9}$$

$$\log \mathrm{F}_\lambda(B) = -0.4 \cdot m_B - 11.21\ \ \mathrm{W\,m^{-2}Å^{-1}} \tag{10}$$

• Wat is de fluxdichtheid van Wega bij 5500 Å in Jansky eenheden? De zwakste sterren die een moderne grote telescoop kan detecteren bij deze golflengte hebben een V-magnitude rond $m_V = 26$. Met hoeveel Jansky komt dat overeen?

Ter vergelijking: de helderste radiobronnen (afgezien van de Zon!) Cas A en Cyg A hebben bij 1420 MHz (dus: **bij radiogolflengten**) fluxdichtheden van respectievelijk 2370 en 1780 Jy; de zwakste bronnen die momenteel met een grote radiotelescoop te meten zijn zitten rond 10^{-5} Jy.

• Voor $\lambda = 5500$ Å is de energie per foton $h\nu = 3.61 \times 10^{-19}$ Joule. Hoeveel fotonen $\mathrm{sec^{-1}\ cm^{-2}\ Å^{-1}}$ ontvangen we dus van de ster Wega (buiten de aardatmosfeer)? Dit resultaat is het onthouden waard!

• Beantwoord dezelfde vraag voor de Zon, als gegeven is dat de V-magnitude van de Zon -26.78 is.

• Neem als zeer ruwe benadering aan dat het zonnespectrum over het hele gebied van 3000 tot 8000 Å vlak is (d.w.z. $F_\lambda = \text{const.}$). Wat is dan het totale vermogen dat de Aarde per m^2 over dit hele golflengtegebied ontvangt? Hoe vergelijkt dit met de echte "zonneconstante", d.w.z. het totale vermogen per m^2 geïntegreerd over het **hele** zonnespectrum? Hoe zou het komen dat de ruwe schatting zo dicht in de buurt van de echt gemeten zonneconstante uitkomt?

Om fluxdichtheden in een specifieke meting af te schatten moeten we behalve de bovengenoemde fluxcalibratie nog de volgende factoren in rekening brengen:

A	transmissie van de aardatmosfeer
T	transmissie van telescoop plus instrument
D	telescoopdiameter (d.w.z. totaal lichtverzamelend oppervlak)
$\Delta\lambda$	golflengte-bandbreedte van het meetinstrument
Δt	effectieve integratietijd van de meting
Q	de quantum-efficiency, d.w.z. de kans dat een foton echt gedetecteerd wordt door de detector

De relatie voor de totaal gedetecteerde hoeveelheid stralingsenergie (in dit geval bij 5500 Å , de centrale golflengte van de V-band) voor een meting met bovenstaande parameters gaat er dan als volgt uit zien:

$$\log \mathrm{E}(V) = -0.4 \cdot m_V - 11.42 + \log \mathrm{A} + \log \mathrm{T} + \log \frac{\pi}{4}\mathrm{D}^2 + \log \Delta\lambda + \log \Delta \mathrm{t} + \log \mathrm{Q} \qquad (11)$$

Omdat detectoren in het optische gebied (d.w.z. alle golflengten korter dan ongeveer 1 micron) over het algemeen individuele fotonen tellen en de ruis in de signalen dus (mede) afhangt van de fotonenstatistiek, is het nuttig om relatie (11) ook om te rekenen naar het aantal gedetecteerde fotonen (weer met $h\nu = 3.61 \times 10^{-19}$ Joule en voor $\lambda = 5500$ Å). We krijgen dan:

$$\log \mathrm{N}(V) = -0.4 \cdot m_V + 7.02 + \log \mathrm{A} + \log \mathrm{T} + \log \frac{\pi}{4}\mathrm{D}^2 + \log \Delta\lambda + \log \Delta \mathrm{t} + \log \mathrm{Q} \qquad (12)$$

• Voor het menselijk oog geldt: A= 0.83, T= 0.90, $\frac{\pi}{4}\mathrm{D}^2 = 0.5$ cm^2, $\Delta\lambda = 1000$ Å , Δt $= 0.1$ sec en Q= 0.1. Als de zwakst zichtbare sterren een magnitude $m_V = 5\overset{m}{.}5$ hebben, bereken dan wat het aantal gedetecteerde fotonen per tijdsconstante is.

• Voor een 1 m-telescoop met daarachter een foto-electrische fotometer geldt (bij $\lambda = 5500$ Å): A= 0.83, T= 0.70, $\frac{\pi}{4}\mathrm{D}^2 = 0.79$ m^2, $\Delta\lambda = 500$ Å , Δt $= 100$ sec en Q= 0.1. Met hoeveel gedetecteerde fotonen per tijdsconstante komt een $5\overset{m}{.}5$ ster nu overeen?
Als gegeven is dat 1 foto-electron/sec is nog meetbaar is, wat is dan de grensmagnitude voor dit telescoop-instrument paar?

4.2 Fotonenstatistiek en meetnauwkeurigheid

De binnenkomende fotonenstroom is een stroom discrete energiepakketjes. De bijbehorende statistische ruis (**"shotnoise"**, oftewel hagelruis) wordt beschreven door de Poisson-statistiek. Belangrijke eigenschap van deze Poisson-verdeling is, dat de standaarddeviatie gelijk is aan de wortel uit het gemeten aantal. Zoals we zullen zien is dit feit voor optische astronomische waarnemingen van groot belang. Eerst een korte samenvatting van de Poisson-statistiek.

Bij een gemiddelde score m is de kans om n te scoren:

$$\mathrm{W}_n = \frac{m^n \cdot e^{-m}}{n!} \qquad , m = \text{const.} \qquad (13)$$

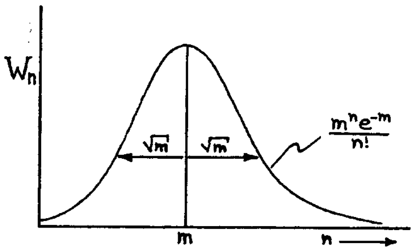
Als check dat de som van de kansen over alle n inderdaad gelijk is aan 1:

$$\sum_n \mathrm{W}_n \equiv \sum_n \frac{m^n \cdot e^{-m}}{n!} = e^{-m} \cdot \sum_n \frac{m^n}{n!} = e^{-m} \cdot e^m \equiv 1$$

Het gemiddelde van n scores wordt gegeven door:

$$\bar{n} \equiv \frac{\sum_n \mathrm{W}_n \cdot n}{\sum_n \mathrm{W}_n} = \sum_n \frac{m^n \cdot e^{-m}}{n!} \cdot n$$

$$= \sum_n \frac{m^{n-1} \cdot e^{-m}}{(n-1)!} \cdot m = m$$



Figuur 12: De Poisson-kansverdeling voor n discrete gebeurtenissen.

De variantie tenslotte wordt gegeven door:

$$\sigma^2 \equiv \frac{\left(\sum_n \mathrm{W}_n \cdot (n-\bar{n})^2\right)}{\sum_n \mathrm{W}_n} = \sum_n \mathrm{W}_n \cdot (n^2 - 2nm + m^2) = \sum_n \mathrm{W}_n \cdot n^2 - 2m \cdot \sum_n \mathrm{W}_n \cdot n + m^2$$

$$= -m^2 + \sum_n \frac{m^n \cdot e^{-m}}{n!} \cdot n^2 = -m^2 + m\,e^{-m} \cdot \sum_n \frac{m^{n-1}}{(n-1)!} \cdot n = -m^2 + m\,e^{-m} \cdot \sum_l \frac{m^l}{l!} \cdot (l+1)$$

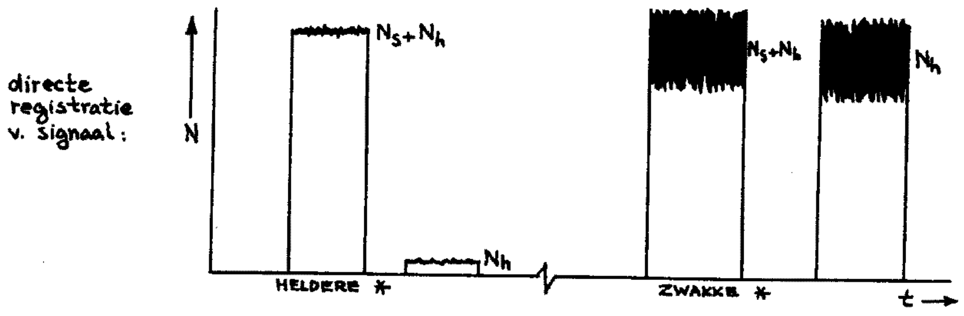
$$= -m^2 + m \cdot \left[\left(\sum_l \frac{m^l \cdot e^{-m}}{l!} \cdot l\right) + \left(\sum_l \frac{m^l \cdot e^{-m}}{l!}\right)\right] = -m^2 + m^2 + m = m$$

Dus vinden we dat de standaarddeviatie gelijk is aan de wortel van het gemeten aantal: $\sigma = \sqrt{m}$.

Toepassing van deze statistiek op een door fotonen-ruis gedomineerde astronomische meting:

ster: n_s gedetecteerde fotonen per seconde $\quad \mathrm{N}_s = n_s \cdot \Delta\mathrm{t}$

hemel: n_h gedetecteerde fotonen per seconde $\quad \mathrm{N}_h = n_h \cdot \Delta\mathrm{t}$



Figuur 13: Meting van ster en hemel voor een heldere en een zwakke ster.

$$\left.\begin{array}{lll} \text{Meting ster + hemel:} & \mathrm{N}_s + \mathrm{N}_h & \sigma_1 = \sqrt{\mathrm{N}_s + \mathrm{N}_h} \\ \text{Meting hemel:} & \mathrm{N}_h & \sigma_2 = \sqrt{\mathrm{N}_h} \end{array}\right\} \Longrightarrow \text{fout in } \mathrm{N}_s : \sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{\mathrm{N}_s + 2\mathrm{N}_h}$$

$$\text{relatieve fout } \varepsilon = \frac{\sqrt{\mathrm{N}_s + 2\mathrm{N}_h}}{\mathrm{N}_s} = \frac{(n_s\,\Delta\mathrm{t} + 2n_h\,\Delta\mathrm{t})^{1/2}}{n_s\,\Delta\mathrm{t}} \Longrightarrow \Delta\mathrm{t} = \frac{n_s + 2n_h}{\varepsilon^2 \cdot n_s^2}$$

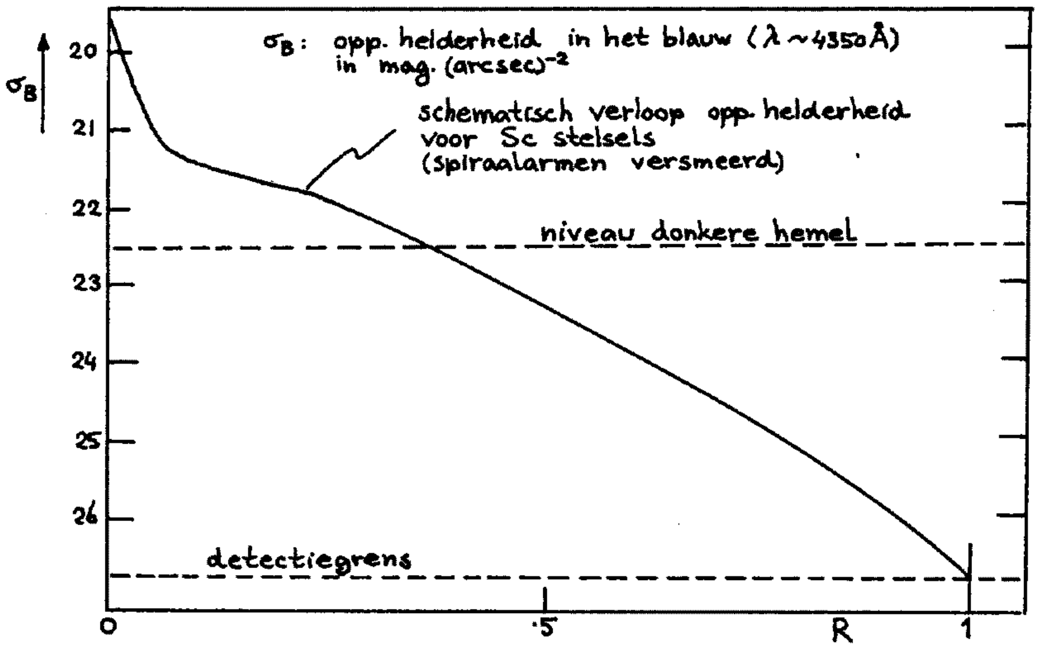
$$\text{Dus als: } n_s \gg n_h \Longrightarrow \Delta\mathrm{t} \propto \frac{1}{\varepsilon^2 \cdot n_s} \quad ; \quad n_s \ll n_h \Longrightarrow \Delta\mathrm{t} \propto \frac{2n_h}{\varepsilon^2 \cdot n_s^2}$$

Conclusie: de integratietijd neemt **kwadratisch** toe met de geëiste nauwkeurigheid. Voor objecten die zwak zijn ten opzichte van de hemelachtergrond neemt de vereiste integratietijd bovendien kwadratisch toe met de zwakte van het object. Dit verklaart waarom het zo moeilijk is om nauwkeurige metingen te doen aan objecten die nauwelijks boven de hemelachtergrond uit komen.

• Bekijken we weer de 1 m telescoop met foto-electrische fotometer, maar houden we nu rekening met het feit dat de fotometer een diafragma van 15″ heeft. Neem Q = 0.20, en zie voor de helderheid van een donkere hemel de gegevens in het vorige hoofdstuk. Welke integratietijd is nodig om de helderheid van een object met $m_V = 21$ met een nauwkeurigheid van 10% te meten?

• De zelfde opgave, maar nu voor een CCD (Q = 0.80 in plaats van 0.20). Leg uit dat voor het bepalen van het verschil (object+hemel)−(hemel) nu effectieve oppervlakken met een diameter van ∼ 1″ worden vergeleken, in plaats van de 15″ diameter uit de vorige oefening.
Keer de vraagstelling nu om: neem een integratietijd van 20 minuten en eis een nauwkeurigheid van 10%. Hoe zwak kun je dan gaan? (Merk op dat we complicaties zoals uitleesruis, verzadiging en donkerstroom eenvoudigeheidshalve verwaarlozen).

Tot slot: In alle vorige voorbeelden hebben we steeds puntbronnen gebruikt, maar de Poisson-statistiek geldt natuurlijk evenzeer voor metingen aan helderheden van uitgebreide objecten. Hieronder een voorbeeld van het gemiddelde helderheidsverloop in spiraalstelsels. Figuur 14 laat duidelijk zien dat het grootste deel van een stelsel een oppervlaktehelderheid heeft die klein is ten opzichte van die van de hemel.



Figuur 14: Schematisch verloop van de blauwe oppervlaktehelderheid als functie van de afstand tot het centrum voor Sc stelsels.

5 Seeing en Adaptive Optics

Het eenvoudige seeing model van hoofdstuk 2 is in veel opzichten te primitief. Ten eerste zijn de turbulentie-elementen niet homogeen over de hele atmosfeer verdeeld. De sterrenwachten met de beste seeing (zoals Mauna Kea, La Silla, Paranal, La Palma) liggen op bergtoppen die juist zijn geselecteerd op minimale turbulentie in de onderste luchtlagen. Tijdens perioden van goede seeing blijkt de resterende seeing (met typische waarden van $0''\!.7$ tot zelfs $0''\!.3$) dan toch veroorzaakt te worden door turbulentie op grotere hoogte. Daarvoor geldt dus wèl dat seeing en scintillatie (gedeeltelijk) gecorreleerd zijn. Vaak is er een turbulentiepiek rond h = 8–10 km. Dit is het overgangsgebied tussen troposfeer en stratosfeer, waar de "jet streams" relatief veel turbulentie veroorzaken.

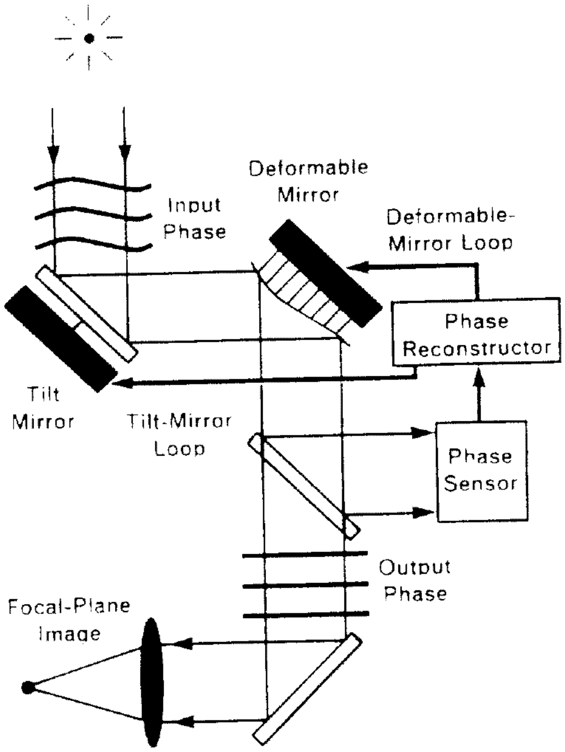
Ten tweede moet rekening gehouden worden met de golflengte afhankelijkheid van seeing. In gedetailleerde modellen voor de atmosferische turbulentie werkt men met een karakteristieke afmeting $\boldsymbol{r}$ (de zogenaamde **Fried parameter**) van de golffront verstoringen, en bijbehorende tijdconstante τ die direct samenhangen met de gemiddelde afmeting en snelheid van de turbulentie-cellen. Deze r en τ zijn echter een functie van de golflengte. Meestal neemt men als referentie r_0 en τ_0 in het visueel, d.w.z. bij $\lambda = 5500\,\text{Å}$. Typische waarden voor r_0 en τ_0 bij goede seeing ($\sim 0''\!.7$) zijn 10 cm en 0.01 sec. (In ons vorige eenvoudige model komt dat dus overeen met turbulentie-elementen van 10 cm die met 10 m/sec door de gezichtslijn bewegen). De theorie voorspelt dat r_0 en τ_0 evenredig met $\lambda^{6/5}$ toenemen. Experimenteel blijkt dit meestal redelijk te kloppen. Omdat seeing **beter** wordt als de afmetingen van de golffront verstoringen (bij gelijke amplitude) **groter** worden, betekent dit steeds betere seeing naarmate we verder naar het infrarood gaan.

• Stel dat voor de seeing in het visueel r_0 = 10 cm en τ_0 = 0.01 sec. Neem een 1 m telescoop. Bij voldoende lange golflengte gaan we met deze telescoop beeldjes zien die weliswaar nog kleine random bewegingen maken, maar die op elk moment diffractie-begrensd zijn. Bij welke golflengte is dat? En hoe groot is dan het diffractiebeeldje van een ster in boogseconden?
We zouden het sterbeeldje perfect scherp op zijn plaats kunnen houden door de beeldbewegingen te corrigeren met kleine **"tip-tilt"** correcties van de secundaire spiegel. Hoe snel zouden we die spiegel dan moeten kunnen sturen? Beantwoord dezelfde vraag voor een 8 m telescoop.

Met moderne electro-optische technieken die we **"adaptive optics"** noemen is het mogelijk om de resterende seeing op een goede sterrenwacht grotendeels te corrigeren, althans bij wat langere golflengten. Men doet dit door middel van electronisch snel vervormbare dunne spiegels en met golffront-sensors die op elk moment de door seeing veroorzaakte golffront verstoringen in kaart brengen.

Kort gezegd gaat dit als volgt (zie figuur 15). Met de golffront-sensor analyseert men de golffront afwijkingen voor een heldere puntbron (ster) in het beeldveld van de telescoop. Het sterlicht is daarvóór via de vervormbare spiegel geleid. De signalen die uit de golffront-analyzer komen worden nu teruggestuurd naar snelle servo's die de vervormbare spiegel besturen. Deze spiegel wordt daarbij zodanig vervormd dat de golffront fouten zo veel mogelijk gecorrigeerd worden. Als dit lukt krijgen we voor de ster èn voor alle objecten in de directe omgeving van die ster een perfect diffractie-begrensd beeld. Bijkomend voordeel: afbeeldingsfouten van de telescoop, welke niet of slechts langzaam variëren, worden automatisch meegecorrigeerd!

Deze "adaptive optics" techniek is zeer veelbelovend, maar is momenteel nog lang niet uit de kinderziekten. Eén probleem is, dat men om de golffront-analyse te kunnen doen per tijdconstante τ_0 en per oppervlak met diameter r_0 voldoende fotonen van de referentiester moet detecteren (dus ongeacht de grootte van de telescoop!). In het visueel is r_0 klein en τ_0 kort, zodat een heldere ster vereist is. Bovendien werkt de correctie van de referentiester alleen binnen de zogenaamde **"isoplanatische hoek"** θ_0, dat is de hoek waarbinnen de golffront verstoringen weinig of niet verschillen (als de seeing hoofdzakelijk op hoogte h ontstaat, kunnen we θ_0 interpreteren als de hoek waaronder we r_0 zien op afstand h). In het visueel is zelfs bij goede seeing de isoplanatische hoek slechts enkele boogseconden. Met heldere referentiesterren, die niet erg dicht gezaaid zijn, is dus maar een heel kleine fractie van de hemel voor seeing te corrigeren. Gelukkig brengt hier de $\lambda^{6/5}$-afhankelijkheid uitkomst: bij langere golflengten, vooral in het infrarood, wordt adaptive optics een stuk makkelijker. Spectaculaire voorbeelden hiervan verschijnen sinds kort in de literatuur. Let wel: de grote winst zit niet alleen in de betere beeldscherpte, maar ook in sterk verbeterd contrast van zwakke bronnen ten opzichte van de hemelachtergrond.



Figuur 15: Schematische weergave van de essentiële componenten van een adaptive optics fase compensatie systeem. De eerste afgeleide van het faseverschil tussen inkomend golffront en de fasefunctie als gevolg van de tilt- en vervormbare spiegel wordt gemeten door de fase-sensor. De overgebleven fasefouten worden berekend door de "phase reconstructor", welke vervolgens de twee actieve optische elementen aanstuurt.

• Neem weer dezelfde waarden van r_0 en τ_0 als in de vorige opgave. Stel dat de totale efficiency waarmee we fotonen van een referentiester detecteren (dus inclusief quantum-efficiency en verliezen in atmosfeer en instrument) 50% is, dat we werken met een V-filter met een bandbreedte van 550 Å (dus $\Delta\lambda/\lambda = 0.1$), en dat voor goede adaptive optics correctie minstens 100 fotonen per r_0 (d.w.z. bundel met middelijn r_0) en per τ_0 gedetecteerd moeten worden. Schat dan met behulp van de gegevens uit hoofdstuk 4 hoe helder een referentiester voor seeing-correctie in het visueel moet zijn.

• Hoeveel zwakker mag de referentiester zijn als we voor dezelfde seeing adaptive optics correctie willen toepassen bij $\lambda = 2.2\mu$ (de K-band), aannemend dat de $\lambda^{6/5}$-wet geldt? Neem eenvoudigheidshalve aan dat de golffront-sensor weer een bandbreedte heeft van $\Delta\lambda/\lambda = 0.1$, dat sterren met gelijke V- en K-magnituden in dat geval evenveel gedetecteerde energie per seconde leveren in V en K filters, en dat de golffront detectie bij K een hoeveelheid energie per r_0 en τ_0 vereist equivalent met 100 fotonen in V.

• Hoe groot is de isoplanatische hoek in V en in K als de seeing gemiddeld op 8 km hoogte ontstaat?
